

Miljøprojekt nr. 449 1999

## Statistisk 3-D beregning af sandsynligheden for at finde en jordforurening

Lektor, cand.scient., lic.tech. Helle Holst  
IMM, Institut for Matematisk Modellering  
DTU, Danmarks Tekniske Universitet

# Indhold

<b>1 BAGGRUND.....</b>	<b>5</b>
<b>2 PROJEKTBESKRIVELSE .....</b>	<b>6</b>
<b>3 METODE .....</b>	<b>7</b>
3.1 ANTAGELSER .....	8
<b>4 EKSEMPEL.....</b>	<b>10</b>
<b>5 BEMÆRKNINGER .....</b>	<b>12</b>
<b>6 REFERENCER.....</b>	<b>13</b>

# Sammendrag

Teknologiprojektet beskriver en metode til beregning af sandsynligheden for at finde jordforurening ved hjælp af boringer, hvor der udtages jordprøver.

Fremgangsmåden og forudsætningerne beskrives og metoden illustreres ved et beregningseksempel.

Metoden kan anvendes på forureninger, som ikke nødvendigvis er spredt fra terræn og hvor lokaliseringen af forureningen er afhængig af dels placering af boringerne, dels boreddybden.

# 1 Baggrund

Undersøgelse af en formodet forurenede lokalitet indebærer som oftest at man dels ønsker at finde den gennemsnitlige koncentration af et givent stof, dels at finde evt. "hot-spots", dvs., mindre områder med en høj koncentration i forhold til det omgivne.

Dette projekt drejer sig udelukkende om problemstillinger, der vedrører det at lokalisere evt. "hot-spots".

I miljøstyrelsens udkast til "Vejledning om oprydning af forurenede lokaliteter" (1) og "Vejledning om prøvetagning og analyse af jord" (3), er der beskrevet sandsynligheden for at lokalisere et "hot spot", når grundens areal og diameteren af et cirkelformet "hot-spot" er kendt. Det forudsættes, at forureningen findes i terræn, hvorfor forureningen lokaliseres, hvis boringen er placeret korrekt.

I forbindelse med udarbejdelsen af et edb-program til støtte for gennemførelsen af risikovurderinger, ønskes der en beskrivelse med angivelse af beregningsmetode for at lokalisere en forurening, som ikke nødvendigvis er spredt fra jordoverfladen. Hvor vidt, forureningen lokaliseres, afhænger dels af rigtig placering i x-y-planet, dels af om boringen udføres til den dybde, hvor forureningen findes. Sandsynligheden for lokalisering er derfor også afhængig af orienteringen i z-retningen.

## 2 Projektbeskrivelse

Med henvisning til baggrunden for projektet, består projektet i at beskrive en 3D-beregningsmetode til beregning af sandsynligheden for at lokalisere en jordforurening ved hjælp af boringer, hvor der som minimum udtages prøver for hver meter.

Beregningen vil også kunne anvendes til at optimere undersøgelser af forurenede grunde, idet sandsynligheden for lokalisering af forurening ved forskellig boringsplacering og boreddybde kan sammenlignes.

Voluminet af rummet, hvor forureningen er lokaliseret, kendes, dvs., grundens areal og dybde. Voluminet af forureningen kendes ligeledes og kan antages at have en kendt form som f.eks. en kvadratisk kasse eller en cylinder med en fast orientering.

Det kan antages at boringerne placeres i et fast gitter eller tilfældigt, men antallet af boringer og boreddybde skal kunne varieres, eksempelvis 5 boringer til 5 m under terræn (mut) og 5 boringer til 10 mut.

## 3 Metode

Basis for den foreslåede metode er følgende simple situation.

Antag, at man har et forureningsområde i  $x$ - $y$ -planet med et areal på  $A$ , og antag, at der i dette område findes et "hot-spot" med et areal på  $a$ , hvor  $a$  selvfølgelig er mindre end  $A$ . Antages desuden, at "hot-spottet" er placeret fuldstændigt tilfældigt, er sandsynligheden for at opdage det, hvis man borer een gang (et tilfældigt eller et forudbestemt sted) lig  $a/A$ .

Dette kan generaliseres til flere borepunkter. Bores således 2 steder, er der dobbelt så stor sandsynlighed for at opdage "hot-spottet" – medmindre boringerne ligger lige ved siden af hinanden. Det er derfor praktisk at sørge for, at punkterne ligger et stykke fra hinanden for at få mest mulig information ud af hver boring.

Dette kan man forstå ved at tænke på, at hvis "hot-spottet" har form som en cirkel med en radius på  $r$ , så vil man, hvis man borer et sted, og ikke finder et "hot-spot", have sikret sig, at centrum af "hot-spottet" ikke ligger inden for en cirkel med radius  $r$  omkring borepunktet. Hvis man derfor borer for tæt, vil de områder man kan udelukke overlappe hinanden.

### *Gitterstruktur*

Det er derfor praktisk at benytte sig af en gitterstruktur ved udvælgelse af borepunkter. Dette sikrer ydermere, at man kender de overlap, der nødvendigvis vil forekomme, hvis man ønsker en tilstrækkelig stor sikkerhed for at lokalisere et "hot spot", og man vil således kunne tage højde for dem i beregningsmetoden.

Når problemstillingen udvides, til også at inddrage forureninger der breder sig i dybden, fås den mest konsistente løsningsmetode, hvis man generaliserer den løsningsmetode, der er skitseret i (1) og nøjere beskrevet i (2), idet denne metode benyttes ved "hot-spot" i  $x$ - $y$ -planet. Dvs., at gitterstrukturen opretholdes, og det antages, at forureningen i  $x$ - $y$ -planet har form som en cirkel. Det antages derfor, at forureningen i  $x$ - $y$ - $z$ -rummet har form som en opretstående cylinder med cirklen i  $x$ - $y$ -planet.

### *Opdeling i skiver*

Man forestiller sig nu, at forureningsområdet opdeles i  $n$  lige tykke skiver parallelt med  $x$ - $y$ -planet.

Boringerne udføres nu således, at gitterstrukturen bevares i hver skive. Dvs., at borepunkterne enten er de samme som i skiven lige oven over, eller er udtyndet svarende til at f.eks. hvert andet borepunkt mangler.

Hvis borepunkterne kun placeres i en enkelt del af området må denne del fra starten betragtes som et delområde.

Sandsynligheden for at finde et "hot-spot" kan nu findes ved at kombinere resultaterne fra de enkelte skiver.

Bores helt i dybden af forureningsområdet vil sandsynligheden for at finde en given forurening være den samme som hvis man udelukkende betragtede problemstillingen i  $x$ - $y$ -planet.

Der opnås således samme resultat, hvad enten man borer et sted til 10 mut eller 20 steder til 5 mut. Borestedernes placering er i princippet uden betydning, dog sikrer gitterstrukturen simple beregninger.

#### Beregning

Beregningsformlen bliver således følgende:

$P(\text{lokalisere et "hot-spot"}) = 1/n(P(\text{lokalisere et "hot-spot" i skive 1}) + \dots + P(\text{lokalisere et "hot-spot" i skive n}))$

### 3.1 Antagelser

#### *x-y-planet*

Første betragtes problemstillingen i x-y-planet.

Det antages at "hot-spottet" er cirkelformet.

Hvis man vil bestemme sandsynligheden for, at lokalisere et "hot-spot", med et givent antal borepunkter placeret i et kvadratisk gitter, skal man kende nedenstående størrelser.

l: grundens længde

b: grundens bredde

r: radius af "hot-spot"

k: antal borepunkter

Arealet af grunden er således kendt og lig  $l \times b$ .

Det forudsættes at antallet af borepunkter vil kunne placeres i et kvadratisk eller rektangulært gitter.

Den søgte sandsynlighed kan herefter findes vha. nomogrammet i (2), hvor de nødvendige antagelser ligeledes er angivet.

#### *x-y-z-planet*

Herefter går man over til at betragte problemet i x-y-z-planet.

For at kunne bestemme sandsynligheden for, at man med et givent antal borepunkter placeret i et kvadratisk gitter og med en given boreddybde vil kunne lokalisere et "hot-spot", der har form som en cylinder med en radius  $r$  og en højde på  $h$ , skal man kende følgende størrelser:

l: grundens længde

b: grundens bredde

d: grundens dybde

r: radius af "hot-spot"

h: højden af "hot-spot"

k: antal borepunkter

Rumfanget af grunden er således kendt og lig  $l \times b \times d$ .

#### *Opdeling i skiver*

Grunden deles i et antal skiver parallelle med x-y-planet.

Skiverne vælges efter boreddybderne, således at der bores helt i bund i hver skive.

Hvis skiverne ikke er lige høje, opdeles de i flere, så dette er tilfældet.

Den søgte sandsynlighed kan herefter – for hver skive – findes vha. nomogrammet i (2), idet hver skive betragtes som ovenfor angivet i x-y-planet.

Sluttelig beregnes sandsynligheden som gennemsnittet af de fundne sandsynligheder for de enkelte skiver.



## 4 Eksempel

### Problem

Der er foretaget en udgravning på 100m x 10m til en dybde på 10 mut. Dvs., at  $e = 100\text{m}$ ,  $b = 10\text{m}$  og  $d = 10\text{m}$ . Efterfølgende er deponeret jord, så udgravningen er fyldt op til det oprindelige terræn. Ved en fejl blev der deponeret et læs ( $15\text{m}^3$ ) forurenede jord. Det antages, at forureningen har form som en kvadratisk kasse med sidelængde 2,47 m. Hvad er sandsynligheden for at lokalisere forureningen ved udførsel af 10 boringer med prøvetagning hver m, når 5 af boringerne udføres til 10 mut og 5 boringer udføres til 5 mut?.

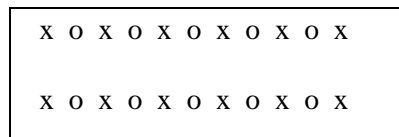
Det antages i stedet, at "hot-spottet" har form som en cylinder med radius = 1,68 m og en højde på 1,68 m.

### Opdeling i skiver

Idet man ønsker at foretage boringer i 2 dybder, deles forureningsområdet i 2 skiver a 5 m dybde. Sandsynligheden kan herefter beregnes som summen af sandsynligheden for at lokalisere forureningen i x-y-planet svarende til den ene skive og sandsynligheden for at lokalisere forureningen i x-y-planet svarende til den anden skive – det hele divideret med 2.

### Boringer

Boringerne til 10 mut skal placeres i et rektangulært gitter, f.eks. som angivet nedenfor. Dvs., at der skal bruges 12 boringer 10 mut.



Måleområde: 100 m x 10 m

x boringer til 10 mut    o boringer til 5 mut

Boringerne til 5 mut skal placeres således at de sammen med boringerne til 10 mut danner et rektangulært gitter. Dette er ligeledes angivet på figuren. Dvs., at der skal bruges 22 boringer i alt, altså 10 boringer 5 mut.

Man kan herefter beregne de ønskede sandsynligheder for hver af de 2 skiver.

Skive 1 (12 boringer til 10 mut): Benyt nomogrammet i fig. 10.4 i (2).

Hertil skal bruges:

$S = 1$  (fordi der er tale om en cirkel)

$L = r = 1,68\text{ m}$

$G = 10\text{ m}$

Hermed fås  $L/G = 0,168$  og ved brug af nomogrammet fås den ønskede sandsynlighed i skive 1 til 0,06.

Skive 2 (alle 22 boringer): Benyt nomogrammet i fig. 10.3 i (2).

$S = 1$  (fordi der er tale om en cirkel)

$L = r = 1,68\text{ m}$

$G = 10\text{ m}$

Hermed fås  $L/G = 0,168$  og ved brug af nomogrammet fås den ønskede sandsynlighed i skive 2 til 0,08.

*Resultat*

Den samlede sandsynlighed for at lokalisere et "hot-spot" bliver  $(0,06 + 0,08)/2 = 0,07$ , altså 7%.

Man kan eventuelt nøjes med prøvetagning for hver 1,68 m i dybden.

## 5 Bemærkninger

### *Høje cylindere*

Det skal bemærkes, at hvis cylindrene er høje i forhold til skivernes tykkelse og/eller i forhold til områdets totale dybde vil ovenstående procedure give for mange borepunkter og/eller borepunkter i for stor dybde. Hvis f.eks. højden af cylinderen er en smule større end halvdelen af områdets dybde, vil man kun behøve at bore halvdelen af den totale dybde for at undersøge området i hele boreddybden.

### *Overlapning*

Skal der tages hensyn til evt. overlapning i dybden, vil dette kræve udvikling af nomogrammer som i (2), hvilket vil kræve et projekt af et betydeligt større omfang.

### *Dybdeprofil*

I princippet kunne man tage alle prøverne i det øverste lag, dvs. at man kunne opnå en meget lille boreddybde. Imidlertid kan man opnå andre fordele ved f.eks. at tage en række prøver på samme sted i forskellig dybde. Gøres dette, kan man udregne gennemsnittet og spredningen for hver dybdeprofil og hermed lave et statistisk test for, om dybdeprofilerne er ens, svarende til at forureningen er homogen.

Det er ikke nødvendigt at tage prøver for hver meter, hvis cylinderen er højere end 1 m. I stedet tages prøver for hver cylinderhøjde.

## 6 Referencer

- (1) Vejledning om oprydning af forurenede lokaliteter.  
Miljøstyrelsen. Udkast af 5. nov. 1997.
- (2) Zirschky, J. and Gilbert, R.O.:  
Detecting hot spots at hazardous-waste sites.  
Chem. Engin. pp 97-100. 1984.
- (3) Vejledning i prøvetagning og analyse af jord.  
Miljøstyrelsen. Udkast af 26. nov. 1997.